規範モデルに基づく談合維持メカニズムの研究

Analisys of collusion model in application of norm game model

諸藤秀幸 [1]　　倉橋節也 [1]
Hideyuki MOROFUJII[1],Setsuya KURAHASHI[1]

[1] 筑波大学大学院ビジネス科学研究科
[1] Graduate School of Business Sciences, University of Tsukuba

Abstract: 公共調達における談合が，社会的に問題とされている．Axelrod は，規範を「所与の社会的背景において，個人が一般的にある種の方法で行動し，そのような方法での行動を怠るのを目撃されたときには処罰される，その程度に依存して存在するもの」と定義して，規範の維持には「メタ規範」が必要であることを示した．このモデルを援用して談合モデルを構築し，シミュレーションを実行して，談合の成立にはメタ規範までは必要ではなく，比較的容易に維持し得ることを示した．

1　はじめに

公共調達における談合が，社会的に問題とされている．談合を防止するためには，それが維持されるメカニズムを分析する必要がある．本研究では，談合の維持には，強制力（規範）が必要であるとの仮説を立て，規範が談合の維持に果たす役割を分析する．

2　関連研究

談合は，非公式組織であり，個々のエージェントの行動が談合を成立させるものと考えると，公式組織を組織するときに必要なトップダウン型のアプローチではなく，ボトムアップ型のアプローチが必要となる．ボトムアップ型のアプローチには ABM（AgentBasedModeling) があるが，これにより規範を研究したものとして，Axelrod[3] の研究がある．

また，入札は一種のオークションであるが，オークションにおける談合を研究したものとして，McAfee, R.P. and McMillan, J. [2] がある．

2.1　規範モデル

Axelrod[3] は，モデル化とシミュレーション（100 回試行）の結果から，規範の維持には「メタ規範」が必要であることを示した．

Axelrod のモデルを図で示すと，図 1 のとおりである．

Axelrod のモデルとシミュレーションの結果に対し，規範の数理モデルを展開するとともにシミュレーションを再試行して，試行回数を増やすことによりメタ規範を以てしても必ずしも規範が維持されないことを示したのが，Jose Manuel Galan and Luis R. Izquierdo[1] である．

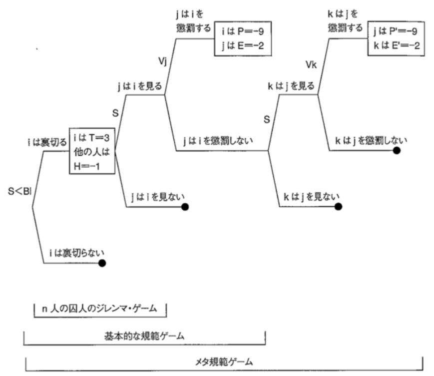

図 1: Axelrod の規範モデル [3]

2.2　オークション理論

McAfee, R.P. and McMillan, J. [2] は，談合を StrongCartels と WeakCartels に分けて分析を行っている．StrongCartels では，談合サークル内での利得の分配が行われる．一方で，WeakCartels では，利得の分配は行われず，落札者を順番に決定したり，決められた価格で入札して，落札者の決定は発注者側のルール（くじ引き等）に任せたりするするものとされる．

また，この分析では，談合を維持するためには何らかの強制力が必要とされているが，そのあり方については，先行研究を引用して立ち入らないこととしている．そして，分析の主題は，談合の維持と入札者の持つ将来割引率の間の関係と談合に対する売り手（発注者）側の対策となっている．

なお，McAfee, R.P. and McMillan, J. [2] が先行研究としてあげている文献は，一般的な複数生産者と複数消費者の一般的市場を対象とした分析となっている．

3　談合の数理モデル

規範の数理モデルを，談合の数理モデルに改変して，強制力（懲罰）が談合（規範）の維持に果たす役割を分析する．ここでの主題は，一般市場ではなく，1 の発注者 (buyer) と複数の入札者 (seller) の限られた環境の中で，seller 間の談合 (規範) の維持に強制力（懲罰）が果たす役割である．

談合での強制力（懲罰）が何かが問題であるが，例えば，公共事業では多重下請け構造があることが指摘されている．StrongCartels での利得の分配の一形態として下請けに入ることによる利益分配が考えられ，強制力（懲罰）の一形態としてその下請けから外されることによる被害が考えられる．WeakCartels については，例えば建設業における業界団体があることによる相互扶助関係があり，従わないことによる被害が考えられる．

談合モデルへの改変にあたり，3 つの点を変更する．第一に，談合（協調）による利得 R(Reward) の導入である．Axelrod の規範モデルにおいては，R は 0 とされている．入札においては，入札により勝利者になると契約が成立して利益を確保する前提をおいて，$R > 0$ とする．第二に，裏切りによる周囲のエージェントに与える H を外す．Axelrod の規範モデルは，社会における公共財としての規範の分析が主題であり，公共財の搾取による周囲への被害が想定されているが，本研究においては，裏切り（談合破り）による他のエージェントに対する直接被害が想定しにくいことによる．第三に，入札においては，入札結果が公表されることから，裏切り（談合破り）は基本的に発見されるものと考えられることから，発見率 S の要素を外す．

モデルの概要を図示すると，図 2 のとおりである．

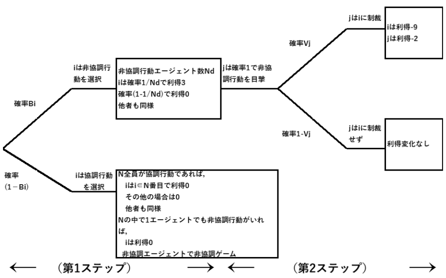

図 2: 談合モデル

これにより，まず談合の数理モデルを構築して進化的安定条件 (ESS:Evolutionary Stable State) を算定する．これにより，談合システムの安定条件を分析する．

ここでは，Strong Cartels について分析する．

談合モデルでの Payoff-equation は，以下のとおりに定式化される．

$$Payoff_i = Def_{i1} * T + \boldsymbol{Def_{i2} * \frac{R}{n}} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} Pun_{ij} * E + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} Pun_{ji} * P \tag{1}$$

R を n で除しているのは，談合参加者で R を分配するためである．ここで，Axelrod の規範モデルの設定を踏襲して，T : 裏切り利得 (Temptation)，E : 懲罰コスト (Enforcement)，P : 懲罰被害 (Punishment) とし，Axelrod の規範モデルと同じく，$T = 3, E = -2, P = -9, n = 20$ とする．

$$Def_{i1} = \begin{cases} 1 \quad If\ agent\ i\ defects \\ \qquad Prob(Def_{i1} \equiv 1) = \dfrac{\boldsymbol{b_i}}{\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{b_i}} \\ 0 \quad If\ agent\ i\ cooperates \\ \qquad Prob(Def_{i1} \equiv 0) = 1 - \dfrac{\boldsymbol{b_i}}{\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{b_i}} \end{cases}$$

$\sum_{i=1}^{n} b_i$ は，detect する入札参加者の人数の期待値であり，競争入札者（談合破りをする者）からランダムに落札者が選択されるためである．

$$\boldsymbol{Def_{i2} = \begin{cases} 1 \quad If\ agent\ i\ cooperates \\ \quad Prob(Def_{i2} \equiv 1) = \prod_{i=1}^{n} (1 - b_i) \\ 0 \quad If\ agent\ i\ defects \\ \quad Prob(Def_{i2} \equiv 0) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - b_i) \end{cases}}$$

$\prod_{i=1}^{n} (1 - b_i)$ となっているのは，入札参加者が全員談合に参加する必要があるためである．

$$Pun_{ij} = \begin{cases} 1 \quad If\ agent\ i\ punishes\ agent\ j \\ \qquad Prob(Def_{ij} \equiv 1) = b_j * v_i \\ 0 \quad If\ agent\ i\ does\ not\ punish\ agent\ j \\ \qquad Prob(Def_{ij} \equiv 0) = 1 - b_j * v_i \end{cases}$$

発見率を表す $(b_j/2)$ を外している．これは，発見率 S が一様分布であることから，0 から b_j までの間である期待値を計算しているものであるが，発見率に関わらず懲罰を行うこととするので，当該期待値を外す．

したがって，エージェント i の 1 ラウンドでの期待利得は，次で表される．

$$
\begin{aligned}
Exp(payoff_i) = T * \frac{b_i}{\sum_{i=1}^{n} b_i} + \frac{R}{n} * \prod_{i=1}^{n}(1-b_i) + E \\
* \boldsymbol{v_i} * \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \boldsymbol{b_j} + P * \boldsymbol{b_i} * \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \boldsymbol{v_j}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

ここにおいて，エージェントの b_i を「大胆さ」，v_i を「復讐度」として，それぞれ連続的であるとする．m を所与の集団Θにおける任意の (戦略を変える mutant) エージェントとして，その戦略をそれぞれ b_m, v_m とする．I を集団 Θ でのエージェント m を除いたエージェントの集合とする．

このことから，eq(3) 及び eq(4) が ESS 状態にいるエージェントの必要条件となる．

$$
\left\{
\begin{array}{l}
\frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial b_m} = \frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial b_m} \quad \forall i \in I \\
OR\left(b_m = 1\ AND\ \frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial b_m} \geq \frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial b_m} \quad \forall i \in I\right) \\
OR\left(b_m = 0\ AND\ \frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial b_m} \leq \frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial b_m} \quad \forall i \in I\right)
\end{array}
\right\} \forall m \in \Theta
\tag{3}
$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
\frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial v_m} = \frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial v_m} \quad \forall i \in I \\
OR\left(v_m = 1\ AND\ \frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial v_m} \geq \frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial v_m} \quad \forall i \in I\right) \\
OR\left(v_m = 0\ AND\ \frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial v_m} \leq \frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial v_m} \quad \forall i \in I\right)
\end{array}
\right\} \forall m \in \Theta
\tag{4}
$$

なお，b_i がナッシュ均衡であるための必要条件は，以下のとおりとなる．

$$
\left\{
\begin{array}{l}
\frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial b_m} = 0 \\
OR\left(b_m = 1\ AND\ \frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial b_m} \geq 0\right) \\
OR\left(b_m = 0\ AND\ \frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial b_m} \leq 0\right)
\end{array}
\right\} \forall m \in \Theta
\tag{5}
$$

Appendix において，eq(3) 及び eq(3) から，ESS の必要条件が全てのエージェントが同じ戦略を持つことであり，

$$
\begin{cases}
b_i = 0, v_i \neq 0\ \forall i \\
b_i = 1, v_i = 0\ \forall i
\end{cases}
$$

が ESS の必要条件であることが証明される．

4 シミュレーション

談合の数理モデルの分析結果として，談合が成立する $b_i = 0\ \forall i$ と談合が崩壊する $b_i = 1\ \forall i$ の相反する二つの状態が ESS であることが導出された．

ここでは，シミュレーションを実行して，どちらの ESS がどのように出現するのか，あるいは出現しないのか，実際の挙動を検証する．

4.1 シミュレーション環境とソースコード

シミュレーション環境は，NetLogo[1]を利用した．

まず，ゲームの基本的な流れは，game（モデルの実行），calcStandardDeviation（標準偏差計算），evolution（利得による淘汰と戦略の進化）である．

そして，game は，detect_cooperate をエージェント数繰り返すものとなっており，detect_cooperate のソースコードは，ソースコード 1 のとおりである．

ソースコード 1: game

```

;裏切るか協調するか
to defect_cooperate
   ask turtles
   [
      ;確率B_rate により協調する(協調しなければ裏切り）
      ifelse random_float 1 >= B_rate [
         ;__________協調ゲーム_________
         ;協調タートルのラベル付け
           set label "cooperate"
      ][
         ;__________裏切りゲーム_________
         ;裏切りタートルのラベル付け
           set label "detect"
      ]
   ;__________利得計算_________
  ;変数'cooperate_turtles'に（談合）協力エージェントを代入
  let cooperate_turtles turtles with [label = "cooperate"]
  ;変数'defect_turtles'に裏切り（談合破り）エージェントを代入
  let detect_turtles turtles with [label = "detect"]
  if any? cooperate_turtles [
  ;全員が(談合)協力かをチェック
   if count cooperate_turtles = number [
     ;全員(談合)協力であれば,談合利得R をエージェントで分け合う.
     ask parents [ set utility utility + (R / number ) ]
   ]
  if any? detect_turtles [

;裏切りエージェントの中から,落札者 (勝利者)エージェントをランダムに決定して落札者は利益T を得る
     ask one_of detect_turtles [ set utility utility + T ]
   ]
  ask turtles[
     ;_____規範ゲーム_____
     if label = "detect"[
       let group_j other parents
       ;自分をturtle_i に代入
       let turtle_i turtle who
       ;裏切り規範ゲーム
       norm_game_defection turtle_i group_j
```

[1]https://ccl.northwestern.edu/netlogo/

```
      ]
    ]
end

to norm_game_defection [turtle_i group_j]
;------裏切り規範ゲーム------
  ask group_j [
    ;発見者の懲罰確率V により懲罰を行う
    ifelse V_rate > random_float 1 [
      ask turtle_i [set utility utility + P]
      ;発見者'j'は懲罰コスト E を負う
      set utility utility + E
  ]

end
```

4.2 シミュレーション結果

StrongCartels

100 回試行と 10000 回試行の結果を示す．結果としては，$b_i = 0, v_i \neq 0\ \forall i$ の結果のみが出現する．

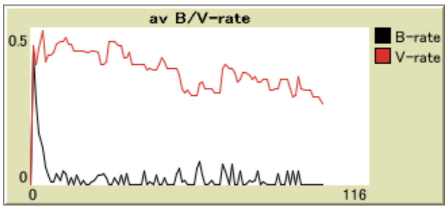

図 3: StrongCartels での 100 回試行の結果

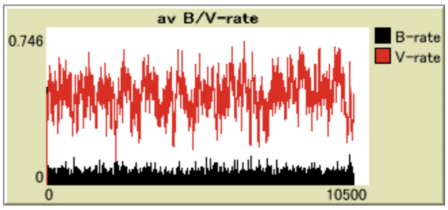

図 4: StrongCartels での 10000 回試行の結果

5 考察

数理モデルによる分析では，二つの ESS の必要条件が導出された．一方で，同じモデルをシミュレーションで検証すると，$b_i = 0, v_i \neq 0\ \forall i$ のみが出現する．

この原因は，ESS の第 2 必要条件がナッシュ均衡の必要条件を満たさないためである．$v_i = 0\ \forall i$ の場合に eq(5) において $b_i = 1\ \forall i$ が成立するための R を算定すると，Appendix の eq(B.4) より，$R \leq 0 = \dfrac{T*(n-1)}{n*b_i*(1-b_i)^{n-1}}\ s.t.\ bi = 1\ \forall i$ となり，モデルの前提条件として $R > 0$ であるので，$b_i = 1, v_i = 0\ \forall i$ は，ナッシュ均衡にならない．

したがって，談合モデルのうち StrongCartels においては，メタ規範を必要とすることなく，談合規範が維持されることとなる

6 まとめ

規範モデルを援用して談合モデルを提示するとともにシミュレーションを実行して，StrongCartels では，懲罰の存在により談合が容易に維持されることを示した．

今後は，Weakcartels の場合の分析が必要とされる．

Appendix A: 証明 A

すべてのエージェントが同じ戦略をとることが ESS の必要条件であることを証明する．

$$
\begin{aligned}
&Exp(Payoff_i) = Exp(Payoff_j) \\
&\qquad \forall i,j \in I (m \notin I); \forall m \in \Theta; \forall b_m, v_m \\
&F = Exp(Payoff_i) - Exp(Payoff_j) = 0 \\
&\qquad \forall i,j \in I; \forall m \in \Theta; \forall b_m, v_m \\
&F = T * \frac{b_i - b_j}{b_m + \sum_{\substack{k=1\\k\neq m}}^{n} b_k} \\
&\quad +E\left(v_i\left(b_m + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i,m}}^{n} b_k\right) - v_j\left(b_m + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j,m}}^{n} b_k\right)\right) \\
&\quad +P\left(b_i\left(v_m + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i,m}}^{n} v_k\right) - b_j\left(v_m + \sum_{\substack{k=1\\k\neq j,m}}^{n} v_k\right)\right) \\
&\quad = 0 \qquad \forall i,j \in I; \forall m \in \Theta; \forall b_m, v_m
\end{aligned}
$$

ここで，R に関する項が消えるのは，談合（協調）利得は，全員が協調する必要があるためである．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial F}{\partial v_m} = 0 \quad \forall i,j \in I; \forall m \in \Theta; \forall b_m \in (0,1) \\
&\frac{P}{2} * (b_i - bj) = 0 \quad \forall i,j \in I; \forall m \in \Theta; \forall b_m \in (0,1) \\
&b_i = b_j \quad \forall i,j \in I; \forall m \in \Theta \Rightarrow b_i = b_j \quad \forall i,j \in \Theta
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial F}{\partial b_m} = 0 \qquad \forall i,j \in I; \forall m \in \Theta; \forall b_m \in (0,1) \\
&-T * \frac{b_i - b_j}{(b_m + \sum_{\substack{k=1\\k\neq m}}^{n} b_k)^2} + E * b_m * (v_i - vj) = 0 \\
&\qquad \forall i,j \in I; \forall m \in \Theta; \forall b_m \in (0,1) \\
&b_i = b_j \Rightarrow \\
&E * b_m * (v_i - vj) = 0 \quad \forall i,j \in I; \forall m \in \Theta; \forall b_m \in (0,1) \\
&v_i = v_j \quad \forall i,j \in I; \forall m \in \Theta \Rightarrow v_i = v_j \quad \forall i,j \in \Theta
\end{aligned}
$$

したがって，全てのエージェントが同じ戦略を持つことが ESS の必要条件であることが証明された．

Appendix B: 証明 B

エージェントの ESS の必要条件である戦略を導出する．

$$\{eq(2)\} \Rightarrow$$
$$Exp(payoff_i) = T * \frac{b_i}{b_i + b_m + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i,m}}^{n} b_j} + \frac{R}{n} * (1-b_i) * (1-b_m) * \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i,m}}^{n} (1-b_j) + E * v_i * (b_m + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i,m}}^{n} b_j) + P * b_i * (v_m + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i,m}}^{n} v_j)$$

以下では，$b_i = B \ v_i = V \ \forall i \in \Theta$ とおく．

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial b_m} &= \frac{T*(n-1)*B}{(n*B)^2} - \frac{R}{n}*(1-B)^{n-1} + (n-1)*V*P \quad i \neq m \\
\frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial b_m} &= -\frac{T*B}{(n*B)^2} - \frac{R}{n}*(1-B)^{n-1} + E*V \quad i \neq m \\
\frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial v_m} &= E*(n-1)*B \quad i \neq m \\
\frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial v_m} &= P*B \quad i \neq m
\end{aligned} \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned}
&\left.\frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial b_m}\right|_{B=0} = -\frac{R}{n} + (n-1)*V*P \\
&\leq -\frac{R}{n} + E*V = \left.\frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial b_m}\right|_{B=0} \\
&\Rightarrow \{eq(3)\} \Rightarrow B = 0 \\
&\left.\frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial v_m}\right|_{B=0} = 0 = 0 = \left.\frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial v_m}\right|_{B=0} \\
&\Rightarrow \{eq(4)\} \Rightarrow V = \forall x (0 \leq x \leq 1) \Rightarrow \{eq(B.4)\} \Rightarrow V \neq 0
\end{aligned} \tag{B.2}$$

$$\begin{aligned}
&\left.\frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial v_m}\right|_{B \neq 0} \leq \left.\frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial v_m}\right|_{B \neq 0} \\
&\Rightarrow \{eq(4)\} \Rightarrow V = 0
\end{aligned} \tag{B.3}$$

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial Exp(payoff_m)}{\partial b_m}\right|_{V=0} &= \frac{T*(n-1)*B}{(n*B)^2} - \frac{R}{n}*(1-B)^{n-1} \\
&\geq -\frac{T*B}{(n*B)^2} - \frac{R}{n}*(1-B)^{n-1} \\
&= \left.\frac{\partial Exp(payoff_i)}{\partial b_m}\right|_{V=0}
\end{aligned} \tag{B.4}$$
$$\Rightarrow \{eq(3)\} \Rightarrow B = 1$$

したがって，

$$\begin{cases} b_i = 0, v_i \neq 0 \ \forall i \\ b_i = 1, v_i = 0 \ \forall i \end{cases}$$

が ESS の必要条件であることが証明された．

参考文献

[1] Jose Manuel Galan and Luis R. Izquierdo. Appearances can be deceiving: Lessons learned re-implementing axelrod’s ’evolutionary approach to norms’. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Vol. 8, p. http://jasss.soc.surrey.ac.uk/8/3/2.html, 2005.

[2] McAfee P. and J. McMillan. Bidding Rings. *American Economic Review*, Vol. 82, pp. 579–599, 1992.

[3] RobertAxelrod（寺野隆雄（監訳））. 規範の促進. 「協調と対立の科学」(The Complexity of Cooperation. Princeton University Press.(1997)). ダイアモンド社, 2003.